



## Sur la gestion échantillonnée de l'énergie d'un système - pile à combustible-super condensateurs

Valentin Tanasa, Dorothee Normand-Cyrot

### ► To cite this version:

Valentin Tanasa, Dorothee Normand-Cyrot. Sur la gestion échantillonnée de l'énergie d'un système - pile à combustible-super condensateurs. CIFA 2012, Jul 2012, Grenoble, France. pp.727-732. hal-00754013

**HAL Id: hal-00754013**

**<https://hal.science/hal-00754013>**

Submitted on 20 Nov 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Sur la gestion échantillonnée de l'énergie d'un système - pile à combustible-super condensateurs

Valentin Tanasa <sup>\*,\*\*</sup> Dorothee Normand-Cyrot <sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> *Département d'Automatique et Ingénierie des Systems  
Université Politehnica de Bucarest, 060042, Roumanie  
valentin.tanasa@acse.pub.ro*

<sup>\*\*</sup> *Laboratoire des Signaux et Systèmes, CNRS-Supelec  
Plateau de Moulon, 91190 Gif-sur-Yvette, France  
valentin.tanasa@supelec.lss.fr, dorothee.normand-cyrot@lss.supelec.fr*

**Résumé :** Il s'agit d'illustrer les performances d'une commande non linéaire échantillonnée pour la gestion de l'énergie d'un système composé d'une pile à combustible associée à un super condensateur - PàC-SC. L'objectif est de piloter l'échange énergétique entre les deux sources pour solliciter dans un premier temps le super condensateur et dans un deuxième temps la pile. Deux stratégies non linéaires sont étudiées. Une première approche fait référence à la méthode de façonnement de l'énergie et utilise une conception de type Lyapunov reposant sur la notion de passivité. La deuxième exploite la structure à deux échelles de temps des deux sources de courant (pile et super condensateur) et propose une stratégie aux perturbations singulières. Les paramètres choisis sont ceux d'un banc d'essai expérimental en prévision de l'implantation. Les résultats sont comparés aux performances d'un schéma continu dit idéal et à une implantation classique en termes de bloqueur d'ordre zéro.

**Mots-clés:** Pile à combustible, passivité, perturbation singulières, commande non linéaires échantillonnée

### 1. INTRODUCTION

Dans la perspective d'un épuisement des énergies fossiles, le vecteur hydrogène est une énergie de grande densité massique, utilisable dans des piles à combustible et sans pollution locale. Le présent travail s'intègre dans le cadre d'un projet du CNRS - GESE - "Gestion Echantillonnée de Systèmes Energétiques" <sup>1</sup> centré sur l'utilisation de l'hydrogène dans le contexte global de pilotage d'un système de production d'énergie ayant la pile à combustible pour source principale. Plus précisément, pour répondre à toutes les sollicitations de l'utilisateur, la pile est assistée de sources de puissance transitoires tels les super-condensateurs et/ou les batteries. La coordination des flux d'énergie est faite par des convertisseurs statiques. Il y a donc nécessité d'une structure de contrôle adaptée, prenant en compte l'interconnexion de différents systèmes dynamiques, répondant parfaitement aux spécificités des sources et permettant leur utilisation optimale.

L'enjeu du présent travail est de prendre en compte l'aspect échantillonné afin de faciliter la mise en oeuvre des algorithmes en les rendant aptes à : tolérer des fréquences d'échantillonnage faibles, respecter les spécificités intrinsèques de chaque source, maintenir les performances. Différentes approches de commande sont actuellement développées soit à partir de la notion de passivité, adapté aux systèmes énergétiques T. Azib et Talj (2011), soit à partir d'une modélisation aux perturbations singulières

respectant les caractéristiques dynamiques M. Ghanes et Bethoux (2011), soit encore en utilisant les techniques de modes glissants. Ces stratégies, conçues en temps continu, sont échantillonnées par bloqueur d'ordre zéro (ZOH), au mieux à partir d'une approximation de Tustin et mises en oeuvre par des processeurs à forte capacité de calcul. On connaît les détériorations potentielles en termes performances de ce type d'implantation qui pose trois défis fondamentaux :

- prendre en compte, dès la conception, l'échantillonnage inhérent à l'implantation sur site des solutions en calculant des modèles échantillonnés équivalents ;
- concevoir des stratégies en temps discret pilotant directement les largeurs d'impulsion (MLI) des convertisseurs de puissance, dispositifs de commande des systèmes électriques, autorisant ainsi une gestion dynamique de l'organe de puissance impulsif (ici les supercondensateurs) ;
- développer des observateurs robustes fournissant les informations nécessaires à la synthèse en temps discret à partir de grandeurs non mesurables ou que nous souhaitons ne pas mesurer et nécessaires au calcul des consignes.

Il s'agit donc de stratégies de commande de deuxième génération qui devront permettre l'utilisation optimale des informations connues, tel le niveau de puissance instantanée requis par la charge, et optimiser les performances du système complet tout en conservant le même niveau de sécurité que les méthodes actuelles.

1. Projet PEPS Automatique ; Institut INSIS-CNR ; 2010-2011

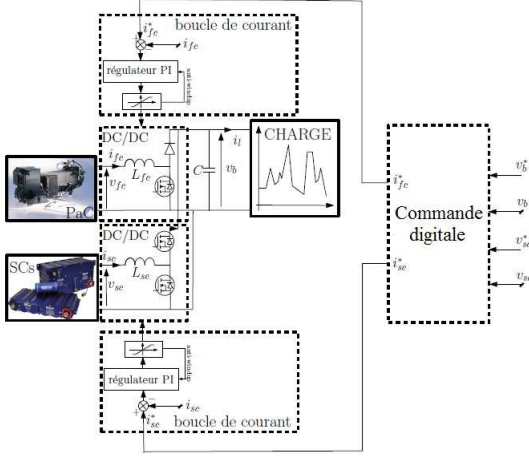


FIGURE 1. Schema PàC et SCs

Le présent article propose d'étudier les performances de l'implantation sous échantillonnage de deux approches non-linéaires : une approche basée sur passivité - IDA-PBC (Interconnection and Damping Assignment - Passivity Based Control) R. Ortega et Escobar (2002); une méthodologie aux perturbations singulières - PS M. Ghanes et Bethoux (2011), M. Hilair et Normand-Cyrot (2012). Pour cela, les techniques développées en Monaco et Normand-Cyrot (2009) pour la conception de contrôleurs échantillonnés sont adaptées au présent contexte. Un logiciel de calcul des solutions Tanasa et Tiefensee (2010) est appliqué au modèle représentant l'association PàC-SC. Un travail préliminaire est décrit dans Tiefensee (2010). L'article est organisé comme suit. La section 2 décrit le système PàC-SC et rappelle le modèle adopté dans différentes contributions des membres du projet GESE. La section 3.1 décrit la loi de commande échantillonnée adaptée au contexte IDA PBC et la section 3.2 décrit la loi de commande échantillonnée adaptée au contexte PS. Les résultats comparatifs obtenus en simulation sont commentés dans la section 4.

## 2. L'ARCHITECTURE DE LA PÀC

### 2.1 Description du problème

La schéma retenu de l'association PàC-SC est représenté par la figure 1. Il s'agit d'une structure en cascade qui a été proposée en M. Cacciato et Santini (2004); P. Thounthong et Davat (2005). Les demandes de puissance, variations de vitesse, divers frottements, sont reportés sur la charge électrique. L'architecture proposée permet un découplage fréquentiel de la charge demandée. Le condensateur de bus  $C$  filtre les hautes fréquences, le convertisseur survolteur de SC les fréquences moyennes, et le convertisseur associé à la PàC les fréquences basses.

L'objectif du schéma de contrôle est de maintenir la tension de bus à une valeur de référence  $v_B^*$ , constante et d'assurer que les évolutions des courants  $i_{FC}$  et  $i_{SC}$  soient bornées afin de protéger les sources et les convertisseurs des variations de charge. Le schéma prévoit deux boucles internes de courant (Proportionnel Intégral PI) assurant une convergence rapide vers les références respectives  $i_{FC}^*$

et  $i_{SC}^*$ . L'objectif de ce travail est de fournir les références de courants à partir d'un contrôleur échantillonné.

### 2.2 Modélisation de la PàC

La modélisation du système Pile à Combustible (PàC) utilisée est celle adoptée par les membres du projet (par exemple M. Hilair et Talj (2010); F. Tiefensee et Bethoux (2010)).

*Modèle de la pile.* Une modélisation statique a été utilisée pour calculer la tension  $v_{FC}$  en fonction du courant de la pile  $i_{FC}$ , par une fonction polynomiale d'ordre 5.

*Convertisseur survolteur de la pile.* Comme la tension de la pile  $v_{FC}$  est toujours inférieure à la tension de bus de référence  $v_B^*$ , le convertisseur doit augmenter la tension de la pile pour maintenir une tension de bus constante pour n'importe quel courant  $i_{FC}$ . La commande du convertisseur est donnée par une fonction binaire et  $\alpha_1$  représente son rapport cyclique. Si l'on considère des commutateurs idéaux et que le courant de la pile est constant par morceaux, assuré par la boucle rapide PI, la tension de bus  $v_B$ , donnée par le convertisseur, est égale à  $v_B = \frac{1}{1-\alpha_1} v_{FC}$ . Sur chaque intervalle d'échantillonnage, on peut décrire comme suit la dynamique moyenne du convertisseur :

$$\frac{dv_B}{dt} = \frac{1}{C} \left( \frac{v_{FC}}{v_B} i_{FC} - i_L \right) \quad (1)$$

avec  $i_L$  le courant de la charge.

*Convertisseur survolteur des SC.* Le super condensateur utilisé a une capacité constante  $C_{SC}$  et les pertes sont négligeables. Il est associé à une inductance  $L_{SC}$  et une cellule de commutation élémentaire qui permet au courant les deux directions. Il y a ainsi deux types de fonctionnement : un fonctionnement de charge : le SC reçoit de l'énergie du bus continu et un fonctionnement de décharge : le SC fournit de l'énergie au bus. Comme précédemment, la commande du convertisseur est donnée par une fonction binaire dont  $\alpha_2$  représente le rapport cyclique. Si l'on considère des commutateurs idéaux et que le courant de la pile est constant par morceaux, assuré par la boucle rapide PI, la tension de bus  $v_B$ , donnée par le convertisseur, est égale à  $v_B = \frac{1}{1-\alpha_2} v_{SC}$ . Pour chaque intervalle d'échantillonnage, on peut décrire la dynamique moyenne du convertisseur comme suit :

$$\frac{dv_{SC}}{dt} = -\frac{i_{SC}}{C_{SC}} \quad (2)$$

*Modélisation de la charge.* La charge est modélisée par un circuit série  $R_L, L_L$ , où  $R_L$  est fonction de la puissance demandée par la charge.

*Le modèle complet.* Si l'on pose  $u_1 = i_{FC}$ ,  $u_2 = i_{SC}$  et  $[x_1, x_2, x_3] = [v_B, v_{SC}, i_L]$ , le modèle d'état d'ordre 3 est donné par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \frac{1}{C} \left( \frac{v_{FC}}{x_1(t)} u_1(t) + \frac{x_2(t)}{x_1(t)} u_2(t) - x_3(t) \right) \\ \dot{x}_2(t) &= -\frac{u_2(t)}{C_{SC}} \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{-R_L x_3(t) + x_1(t)}{L_L} \end{aligned} \quad (3)$$

Le modèle obtenu a une dynamique libre linéaire et des non linéarités sur les termes forcés. L'utilisation de techniques non linéaires permet une stabilisation asymptotique globale pour le système PàC-SC. Le point d'équilibre est donné par  $\bar{x} = [\bar{v}_B \ \bar{v}_{SC} \ \bar{i}_L] = [v_B^* \ v_{SC}^* \ \frac{v_B^*}{R_L(t)}]$ . On note que le courant  $i_L$  a un point d'équilibre dynamique qui dépend de la demande du véhicule. Comme les mesures sont obtenues d'une façon échantillonnée et que les commandes  $u_1$  et  $u_2$  sont constantes par morceaux, une version échantillonnée des stratégies non linéaires proposées doit être développée.

### 3. CONCEPTION DE LA LOI DE COMMANDE

#### 3.1 IDA-PBC - commande basée sur la passivité

La méthode d'Assignment d'Interconnexion et d'Amortissement IDA-PBC conçue en temps continu en R. Ortega et Escobar (2002) exploite la propriété énergétique de passivité (voir par exemple Ortega et Spong (1989)). Il s'agit de façonner une structure interne désirée pour forcer la dynamique vers un point d'équilibre désiré et d'injecter de l'amortissement pour dissiper l'énergie du système et ainsi améliorer la convergence vers ce point d'équilibre. Sous échantillonnage, la propriété de passivité est perdue. Une approche digitale directe, paliant ce problème a été proposée en F. Tiefensee et Normand-Cyrot (2010); S. Monaco et Tiefensee (2011). Dans ce travail, une commande digitale est construite à partir de la solution IDA-PBC en temps continu. Cette commande, constante sur des intervalles de temps d'amplitude la période d'échantillonnage, permet de reproduire, au moins à chaque instant d'échantillonnage, les objectifs énergétiques fixés par le contrôleur continu dit idéal.

Des résultats préliminaires sont en M. Hilaret et Talj (2010) et F. Tiefensee et Bethoux (2010). On fait ci-dessous les rappels nécessaires.

*Conception en temps continu* En notant  $\mathcal{H}$ , l'énergie du système

$$\mathcal{H}(x_c) = \frac{1}{2} x_c^T Q x_c; \quad Q = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & C_{SC} & 0 \\ 0 & 0 & L_l \end{bmatrix}$$

les équations dynamiques (3) peuvent être écrites sous la forme *Port Hamiltonian Control* - PCH suivante :

$$\dot{x}(t) = (\mathcal{J} - \mathcal{R}) \nabla \mathcal{H} + g_1(x(t)) u_1(t) + g_2(x(t)) u_2(t) \quad (4)$$

où les matrices d'interconnexion et de dissipation sont respectivement :

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_l \cdot C} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_l \cdot C} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_l}{L_l^2} \end{bmatrix}$$

et les termes forcés décrits par les champs de vecteurs :

$$g_1 = \begin{bmatrix} \frac{v_{FC}}{C \cdot v_B} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g_2 = \begin{bmatrix} \frac{v_{SC}}{C \cdot v_B} \\ 1 \\ -\frac{C_{SC}}{0} \end{bmatrix}.$$

Les lois de commande en temps continu selon F. Tiefensee et Bethoux (2010) sont données par :

$$u_{c1}(t) = \frac{v_B(t)}{v_{FC}} \left( \frac{\bar{v}_B}{R_l} + (K_1 \frac{v_{SC}(t)}{v_B(t)} - K_2) \tilde{v}_B(t) - K_1 \tilde{v}_{SC}(t) \right) \quad (5)$$

$$u_{c2}(t) = -K_1 \tilde{v}_B(t)$$

en notant  $\tilde{v}(t) = v(t) - \bar{v}$  les erreurs autour des conditions d'équilibre désiré. Les gains  $K_1$  et  $K_2$  sont positifs et choisis respectivement pour modifier la structure et donc la condition d'équilibre et accélérer la convergence par l'amortissement.

Dans ces conditions, le système PCH en boucle fermée devient :

$$\dot{x}(t) = (\mathcal{J}_d - \mathcal{R}_d) \nabla \mathcal{H}_d(x(t)) \quad (6)$$

où la fonction d'énergie désirée  $\mathcal{H}_d(\tilde{x}) = (x - \bar{x})^T Q (x - \bar{x})$  a un minimum au point d'équilibre  $\bar{x}$ . Les nouvelles matrices cibles  $\mathcal{J}_d$  et  $\mathcal{R}_d$  sont données par :

$$\mathcal{J}_d = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{K_1}{C_{SC} \cdot C} & -\frac{1}{L_l \cdot C} \\ \frac{K_1}{C_{SC} \cdot C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_l \cdot C} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R}_d = \begin{bmatrix} \frac{K_2}{C_{bus}^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_l}{L_l^2} \end{bmatrix}.$$

La preuve de stabilité asymptotique se déduit de l'analyse de la dérivée de  $\mathcal{H}_d$  :

$$\dot{\mathcal{H}}_d(\tilde{x}) = -(\nabla \mathcal{H}_d(\tilde{x}))^T \mathcal{R} \nabla \mathcal{H}_d(\tilde{x}) \leq 0, \forall x \neq \bar{x} \quad (7)$$

et du principe d'invariance de LaSalle, avec  $\mathcal{H}_d(\bar{x}) = \dot{\mathcal{H}}_d(\bar{x}) = 0$ .

*Conception sous échantillonnage* L'objectif de synthèse sous échantillonnage est de préserver le transfert énergétique réalisé en temps continu et ainsi de maintenir les objectifs au moins aux instants d'échantillonnage.

L'évolution de l'état sous une commande constante par morceaux  $u_k = [u_{1k} \ u_{2k}]$  est notée à l'instant  $t = k\delta$  par  $x_k$ , où  $\delta$  représente la période d'échantillonnage, l'évolution en temps continu du système bouclé par le bouclage continu est notée  $x_c(t)$ . Pour trouver la commande  $u_k$  qui reproduit le comportement énergétique de  $u_c$ , l'égalité suivante doit être satisfaite pour chaque  $x_k = x_c(t = k\delta)$  :

$$\mathcal{H}_d(x_{k+1}) - \mathcal{H}_d(x_k) = \int_{k\delta}^{(k+1)\delta} \dot{\mathcal{H}}_d(x_c(\tau)) d\tau \quad (8)$$

Le membre gauche de l'équation (8) représente l'évolution sous échantillonnage et le  $\mathcal{H}_d(x_{k+1})$  peut être calculé à partir de  $\mathcal{H}_d(x_k)$  comme ci-dessous :

$$\mathcal{H}_d(x_{k+1}) = e^{\delta((\mathcal{J}-\mathcal{R})\nabla\mathcal{H}(\cdot)+g(\cdot)u_k)} \mathcal{H}_d(x)|_{t=k\delta} \quad (9)$$

où  $e^{\delta f(\cdot)} := 1 + \sum_{i \geq 1} \frac{\delta^i L_f^i(\cdot)}{i!}$  représente la série exponentielle ou série Lie associée au champ de vecteur  $f$ , et  $L_f(\cdot) = \sum_{i=1}^n f_i(\cdot) \frac{\partial}{\partial x_i}$  exprime la dérivée de Lie de  $f$  dans  $\mathbb{R}^n$ .

Le contrôleur échantillonné  $u_k$  est obtenu à partir de l'équation (8) et la solution est décrite par une série en  $\delta$  autour de la contrôleur en temps continu bloqué  $u_{d0} = u_c|_{t=k\delta}$  comme  $u_k = u_{d0} + \sum_{i \geq 1} \frac{\delta^i}{(i+1)!} u_{di}$ . Les termes  $u_{di}$  sont des termes additionnels ou termes correcteurs de la commande émulée  $u_{d0}$ . La solution exacte est représentée par son développement asymptotique. En pratique, on

montre que des solutions approchées d'ordre 1 ou 2 sont très satisfaisantes. La solution proposée pour l'ordre 1 d'approximation, avec une erreur en  $O(\delta^2)$  (infiniment petit en  $\delta^2$ , est donnée par les expressions suivantes :

$$u_{k1}^\delta = \frac{v_B(t)}{v_{FC}} \left( \frac{\bar{v}_B}{R_l} + (K_1 \frac{v_{SC}(t)}{v_B(t)} - K_2) \tilde{v}_B(t) - K_1 \tilde{v}_{SC}(t) \right) |_{t=k\delta} + \frac{\delta}{2!} u_{d11}(t) |_{t=k\delta} \quad (10)$$

$$u_{k2}^\delta = -K_1 \tilde{v}_B(t) |_{t=k\delta} - \frac{\delta}{2!} K_1 \dot{v}_B(t) |_{t=k\delta}$$

avec

$$u_{d11}(t) = \dot{v}_B(t) \left( \frac{u_{c1}(t)}{v_B(t)} - K_1 \frac{v_{SC}(t) \bar{v}_B}{v_{FC} v_B(t)} - K_2 \frac{v_B(t)}{v_{FC}} \right) - K_1^2 \frac{\bar{v}_B \tilde{v}_B(t)}{C_{SC} v_{FC}}$$

$$\text{où } \dot{v}_B(t) = -(\tilde{i}_L(t) + K_2 \tilde{v}_B(t) + K_1 \tilde{v}_{SC}(t)) / C$$

La solution échantillonnée proposée dans l'équation (10) assure l'égalité (8) avec une erreur de  $O(\delta^2)$ ; i.e. la stratégie échantillonnée reproduit avec une erreur en  $O(\delta^2)$  le comportement énergétique du temps continu. Des solutions approchées d'ordre supérieur (soit  $p$ ) correspondent à satisfaire les objectifs à un infiniment petit près d'ordre correspondant (soit  $O(\delta^{p+1})$ ). Les résultats en simulations illustrent cet aspect.

### 3.2 Perturbations singulières

La stratégie des perturbations singulières Khalil (1996) s'applique à un comportement dynamique multi-échelles qui se manifeste par la présence de transitoires rapides et lents dans la réponse du système à stimuli externes. Cette solution est bien adaptée au problème de pile et supercondensateurs puisque le courant de pile et de SCs doivent être respectivement lent et rapide.

La solution a été implémentée, en temps continu, pour PàC et SCs pour le cas des convertisseurs sans pertes dans l'article M. Ghanes et Bethoux (2011), et notre travail suit ces résultats. Pour quelques rappels et plus d'informations sur l'approche des perturbations singulières on indique par exemple Khalil (1996), P.V. Kokotovic et Reilly (1986). Dans les paragraphes suivants la solution en temps continu est présentée ainsi qu'une solution sous échantillonnage qui préserve les performances de stabilisation imposées en temps continu.

*Conception en temps continu* L'objectif est d'imposer une dynamique plus rapide pour la boucle de courant  $i_{SC}$  et respectivement plus lente pour courant  $i_{FC}$ .

La dynamique du courant de la pile doit vérifier la limite de variations  $\frac{dI_{FC}}{dt} < 10A/s$  et pour cela  $u_1$  est une commande lente qui a un effet réduit sur la convergence de (3). Pour cette raison la commande  $u_1$  est :

$$u_1(t) = \frac{v_B(t)}{v_{FC}} I_{lm} - \frac{C_{SC}}{T_{lent}} \tilde{v}_{sc}(t) \quad (11)$$

où  $I_{lm}$  est le courant de charge filtré avec un filtre passe-bas, et  $\tilde{v} = v - \bar{v}$  (la variation autour de point de référence). Le problème ici est seulement de choisir une valeur pour  $T_{lent}$  pour lequel la boucle de courant est suffisamment lente.

Pour la conception de la commande  $u_2$ , on impose à cette dynamique d'être plus rapide que  $u_1$  mais plus lente que les dynamiques des régulateurs PI internes des convertisseurs. La commande  $u_2$  est donnée par :

$$u_2(t) = \frac{v_B(t)}{v_{SC}(t)} \left[ -\frac{C}{T_{rapide}} \tilde{v}_B(t) - \frac{v_{FC}}{v_B(t)} \left( \frac{v_B(t)}{v_{FC}} I_{lm} - \frac{C_{SC}}{T_{lent}} \tilde{v}_{SC}(t) \right) + I_L(t) \right] \quad (12)$$

Pour étudier la stabilité de cette stratégie de commande on doit choisir les fonctions de Lyapunov. En choisissant une fonction de Lyapunov :  $V = V_1 + V_2 + V_3$ , avec  $V_1 = \tilde{i}_L^2/2$ ,  $V_2 = \tilde{v}_B^2/2$ , et  $V_3 = \tilde{v}_{SC}^2/2$  où  $\tilde{i} = i_L - \bar{i}_L$  avec  $\bar{i}_L = v_B^*/R_l(t)$ , on obtient pour la dérivée :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \tilde{i}_L(t) \frac{-R_l \tilde{i}_L(t) + \tilde{v}_B(t)}{Ll} - \frac{\tilde{v}_B^2(t)}{T_{rapide}} \\ & - \frac{\tilde{v}_{SC}(t)}{C_{SC}} \frac{v_B(t)}{v_{SC}(t)} \left[ \frac{C}{T_{rapide}} \tilde{v}_B(t) - \frac{v_{FC}}{v_{SC}(t)} \left( \frac{v_B(t)}{v_{FC}} I_{lm} - \frac{C_{SC}}{T_{lent}} \tilde{v}_{SC}(t) \right) + i_L(t) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

Si l'on impose  $T_{rapide} \ll 1$  alors  $\tilde{v}_B$  tend 0 de façon indépendante de  $\tilde{i}_L$  et  $\tilde{i}_L$  converge exponentiellement vers 0, donc :

$$\dot{V}(t) = -\frac{R_l}{L_l} \tilde{i}_L^2(t) - \frac{v_{FC}}{T_{lent} v_{SC}(t)} \tilde{v}_{SC}(t). \quad (14)$$

La dernière équation montre que le système est localement exponentiellement stable pour  $v_{SC} > 0$ .

*Conception sous échantillonnage* La commande échantillonnée doit maintenir la propriété de stabilisation établie dans le cas continu. La conception des lois de commande suivant la méthodologie proposée dans S. Monaco et Tienfensee (2010) est basée sur la reproduction du comportement dynamique de la fonction de Lyapunov.

Utilisant les notations de la section 3.1.2, la commande échantillonnée consiste à trouver une commande  $u_k$  telle que l'évolution en temps continu de la fonction de Lyapunov soit reproduite à chaque instant échantillonné, soit :

$$V(x_{k+1}) - V(x_k) = \int_{k\delta}^{(k+1)\delta} \dot{V}(x_c(\tau)) d\tau. \quad (15)$$

Le membre de gauche de l'équation (15) représente l'évolution sous échantillonnage de la fonction  $V$  et le membre de droite l'évolution en temps continu. Pour calculer  $V(x_{k+1})$  à partir de  $V(x_k)$ , on pose :

$$V(x_{k+1}) = e^{\delta(f(\cdot) + g(\cdot)u_k)} V(x) |_{t=k\delta} \quad (16)$$

où  $f := \left[ -\frac{x_3}{C}, 0, -\frac{R_l x_3 + x_1}{L_l} \right]^T$  est l'évolution libre du

système et  $g := \begin{bmatrix} \frac{v_{FC}}{x_1 C} & \frac{x_2}{x_1 C} \\ 0 & -\frac{1}{C_{SC}} \end{bmatrix}$  l'évolution forcée.

Le contrôleur échantillonné  $u_k$  est obtenu à partir de l'équation (15) et la solution décrite par une série en  $\delta$   $u_{kj} = u_{dj0} + \sum_{i \geq 1} \frac{\delta^i}{(i+1)!} u_{dji}$  autour du contrôleur continu bloqué  $u_{dj0} = u_j |_{t=k\delta}$  pour  $j = 1, 2$ . La solution proposée à l'ordre 1 d'approximation, avec erreur en  $O(\delta^2)$ , est donnée par les expressions suivantes :

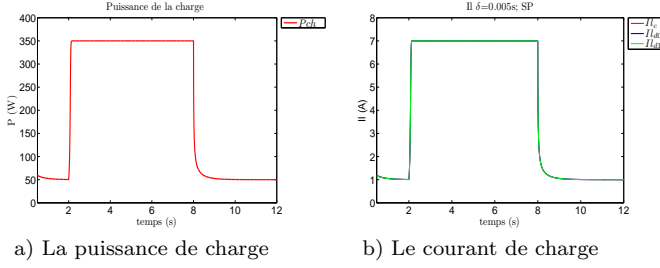


FIGURE 2. La profil de charge utilisée pour PS et IDA-PBC

$$u_{k1}^\delta = \left( \frac{v_B(t)}{v_{FC}} I_{lm} - \frac{C_{SC}}{T_{lent}} \tilde{v}_{sc}(t) \right) \Big|_{t=k\delta} + \frac{\delta}{2} u_{d11} \quad (17)$$

$$u_{k2}^\delta = \frac{v_B(t)}{v_{SC}(t)} \left[ -\frac{C \tilde{v}_B(t)}{T_{rapide}} - \frac{v_{FC}}{v_B(t)} \left( \frac{v_B(t)}{v_{FC}} I_{lm} - \frac{C_{SC}}{T_{lent}} \tilde{v}_{SC}(t) \right) + I_L(t) \right] \Big|_{t=k\delta} + \frac{\delta}{2} u_{d21} \quad (18)$$

avec

$$u_{d11} = \left( \frac{u_2}{T_{lent}} - \frac{I_{lm}}{v_{FC}} \frac{\tilde{v}_B(t)}{T_{rapide}} \right) \Big|_{t=k\delta}$$

$$u_{d21} = u_2 \left( \frac{u_2}{v_{SC}(t) C_{SC}} - \frac{\tilde{v}_B}{v_B(t) T_{rapide}} \right) \Big|_{t=k\delta} + \frac{v_B(t)}{v_{SC}(t)} \left( -\frac{\tilde{v}_B(t)}{T_{rapide}} \left( \frac{v_{FC}(t) u_1(t)}{v_B^2(t)} - \frac{C}{T_{rapide}} \right) - \frac{v_{FC} u_{d11}}{v_B(t)} \right) \Big|_{t=k\delta}$$

La solution échantillonnées proposées dans l'équation (18) assure l'égalité (15) avec une erreur de  $O(\delta^2)$ , qui signifie que la stratégie reproduit sous échantillonnage avec une erreur réduite le comportement dynamique en temps continu de la fonction de Lyapunov.

#### 4. SIMULATIONS ET ANALYSE DES RÉSULTATS

Les simulations ont été réalisées pour évaluer l'impact sur la performance en régulation de l'implantation digitale de deux contrôleurs non linéaires. Il s'agit de montrer que les solutions échantillonnées des contrôleurs proposés peuvent améliorer les performances, quand celles-là sont dégradées par l'implantation digitale avec bloqueur d'ordre zéro. Les paramètres et les contraintes du modèle utilisés dans le schéma de Simulink, sont identifiés à partir d'un banc d'essai expérimental disponible au LGEP<sup>2</sup>. Les valeurs numériques des paramètres du modèle sont  $C = 0.005\mu F$ ,  $C_{sc} = 26\mu F$ ,  $L_l = 0.001H$ . Pour les simulations un profil de puissance de charge a été considéré selon la figure 2. Un observateur numérique de Luenberger a été introduit pour estimer  $R_l$ .

Pour une période d'échantillonnage très petite (environ 1 ms), la solution émulée (contrôleur d'ordre 0) reste très proche de la solution en temps continu et l'implantation de lois d'ordre supérieur n'est pas nécessaire. Les résultats suivants sont obtenus pour une période d'échantillonnage égale à 5ms.

La figure 3 montre les évolutions de certaines variables du système PaC-SC utilisant la méthodologie des PS.

2. Laboratoire de génie électrique de Paris (LGEP-UMR 8507)

Avec la ligne rouge sont représentées les évolutions en temps continu, avec le bleu la solution émulée et avec le vert la solution échantillonnée d'ordre 1. Le contrôleur continu a été conçu utilisant  $T_{rapide} = 0.05$  et  $T_{lent} = 2$  qui offrent des variations petites des tensions et des courants. Sous échantillonnage, une dégradation significative apparaît pour l'évolution de  $v_B$  (0.7V) et  $i_{SC}$  (0.5A). Pour le courant de pile et la tension de SC les solutions digitales proposées restent très proches du cas continu. La commande échantillonnée d'ordre 1 offre une amélioration significative sur la tension de bus (une réduction de l'amplitude de 0.3V).

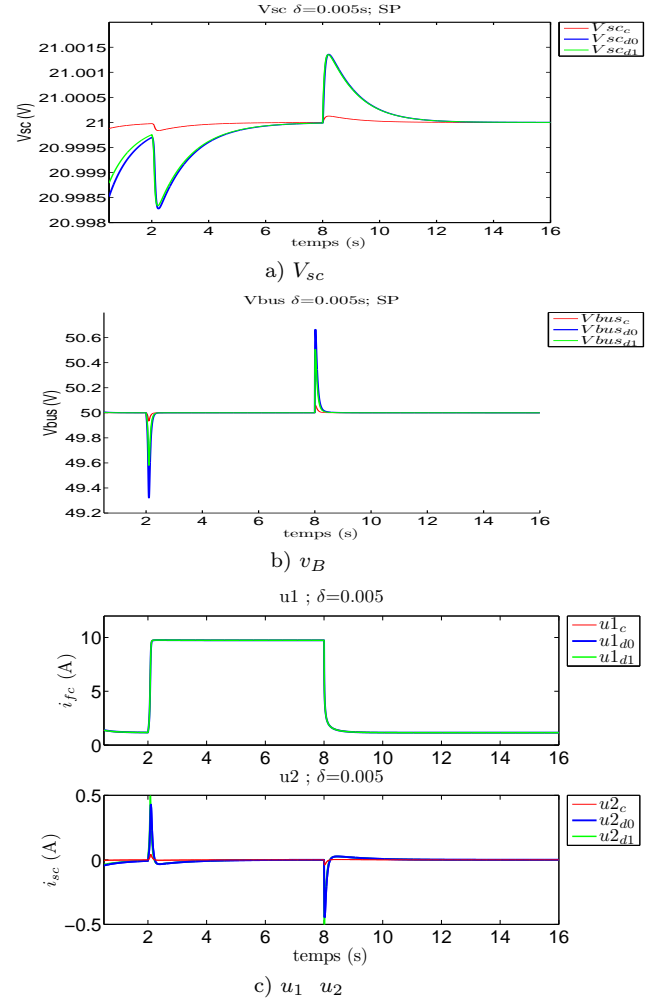


FIGURE 3. Résultat pour PS sous échantillonnage

La figure 4 montre les évolutions de certaines variables de PaC-SC utilisant l'approche de IDA-PBC. Le contrôleur continu a été conçu utilisant  $K_1 = 4$  et  $K_2 = K_1 \frac{v_{SC}}{v_B}$  qui offre des comportements similaires au cas des PS. Sous échantillonnage, une dégradation significative apparaît pour l'évolution de  $v_B$  (0.2V) et  $i_{SC}$  (1.2A). Pour le courant de pile et la tension de SC, les solutions digitales proposées restent très proches du continu. La commande échantillonnée d'ordre 1 offre une amélioration significative du comportement du courant de SC (une réduction de l'amplitude de 0.3A). Les évolutions des tensions  $v_B$  et  $v_{SC}$  sont peu améliorées.

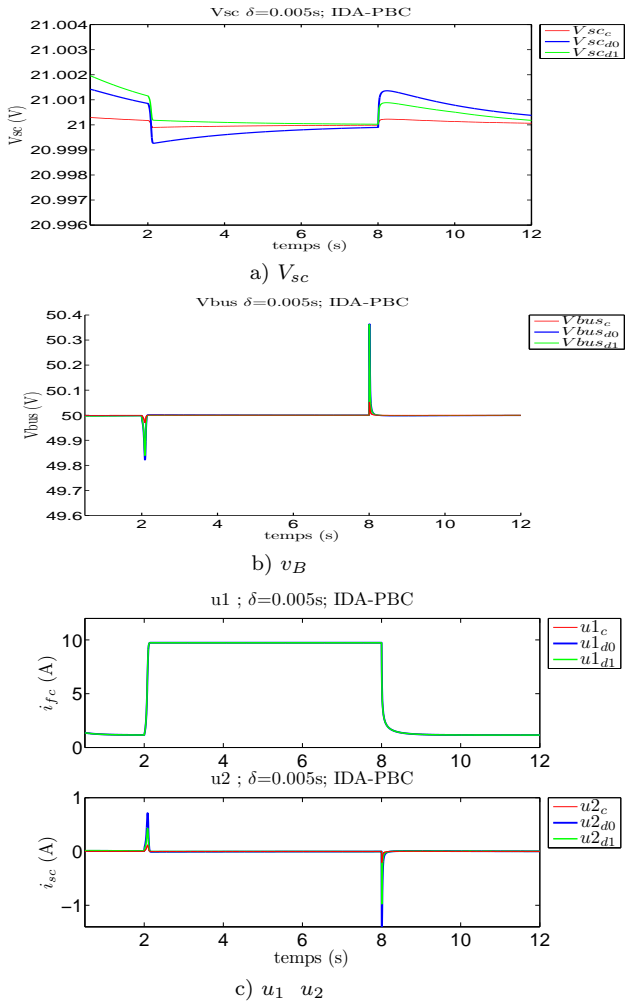


FIGURE 4. Résultat pour IDA-PBC sous échantillonnage

## 5. CONCLUSIONS

Dans cet article le problème de gestion sous échantillonnage du système PàC-SC a été abordé à partir de deux approches non linéaires. Les objectifs de contrôle ont été imposés en temps continu et les performances des versions échantillonnées proposées dans cet article ont été comparées à un simple bloqueur d'ordre zéro. La période d'échantillonnage utilisée sur le banc d'essai expérimental est de l'ordre de la milliseconde pour laquelle la solution émulée par ZOH reste satisfaisante. Toutefois les performances de la loi émulée par ZOH sont très sensibles au choix des paramètres de réglage choisis en temps continu. Les résultats de simulations montrent que si l'on choisit des paramètres associés à une réponse rapide, les solutions émulées par ZOH se dégradent avec l'augmentation de la période d'échantillonnage. Pour ces situations, comme illustré dans les figures, les solutions échantillonnées proposées d'ordre 1 sont nécessaires et apportent des améliorations significatives.

## RÉFÉRENCES

F. Triefensee, M. Hilaret, D.N.C. et Bethoux, O. (2010). Sampled-data energetic management of a fuel cell/supercapacitor system. In *Proc. Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC)*, 1–6.

F. Triefensee, S.M. et Normand-Cyrot, D. (2010). IDA - PBC under sampling for port-controlled Hamiltonian systems. In *Proc. ACC, Baltimore*, 1811–1816. doi : ISSN :978-1-4244-7426-4.

Khalil, H. (1996). *Nonlinear systems*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

M. Cacciato, F. Caricchi, F.G. et Santini, E. (2004). A critical evaluation and design of bi-directional DC/DC converters for supercapacitors interfacing in fuel cell applications. In *Proc. IEEE IAS'04*, volume 2, 1127–1133.

M. Ghanes, M. Hilaret, J.P.B. et Bethoux, O. (2011). Singular perturbation control for coordination of converters in a fuel cell system. In *Proc. Electrimacs*.

M. Hilaret, V. Tanasa, O.B. et Normand-Cyrot, D. (2012). A passivity-based controller with charge estimation for coordination of converters in a fuel cell System. In *8th PP&PSC (Power Plant and Power System Control) Symposium, Toulouse, France*.

M. Hilaret, O. Bethoux, T.A. et Talj, R. (2010). Commande non-linéaire d'un système pile à combustible / supercondensateur. In *Proc. CIFA 2010, Nancy*.

Monaco, S. et Normand-Cyrot, D. (2009). Méthodologies d'analyse et de synthèse pour le systèmes échantillonnés. *Automatique Avancée et Informatique Appliquée (P. Borne, M. Benrejeb, F. Filip, D. Popescu Eds) Editions de l'Académie Roumaine*, 33–48.

Ortega, R. et Spong, M. (1989). Adaptive motion control of rigid robots : A tutorial. *Automatica*, 25(6), 877–888.

P. Thounthong, S.R. et Davat, B. (2005). Supercapacitors as an energy storage for fuel cell automotive hybrid electrical system. *International Journal of Electrical Engineering in Transportation*, 1.

P.V. Kokotovic, H.K. et Reilly, J.O. (1986). *Singular Perturbation Methods in control : Analysis and design*. Academic Press, New York.

R. Ortega, A. van der Schaft, B.M. et Escobar, G. (2002). Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems. *Automatica*, 38(4), 585–596.

S. Monaco, D.N.C. et Triefensee, F. (2010). Sampled-data redesign of stabilizing feedback. In *Proc. ACC, Baltimore*, 1805–1810.

S. Monaco, D.N.C. et Triefensee, F. (2011). Sampled-data stabilization ; a pbc approach. *IEEE Trans. Automatic Control*, 56, 907–912. doi :10.1109/TAC.2010.2101130.

T. Azib, M. Hilaret, O.B. et Talj, R. (2011). Experimental validation of a passivity-based controller for coordination of converters in a fuel cell system. In *Fundamentals and Developments of Fuel Cells ; Fundamentals and Developments of Fuel Cells - FDFC*.

Tanasa, V. et Triefensee, F. (2010). Un logiciel de commande non linéaire échantillonné. In *Proc. CIFA 2010, Nancy*.

Triefensee, F. (2010). "Méthodes asymptotiques pour la commande des systèmes non linéaires échantillonnés". Thèse de doctorat, Paris-Sud 11 University.